Lösningar till diagnos-prov i Matte 2b

Kap 1 Linjära ekvationssystem

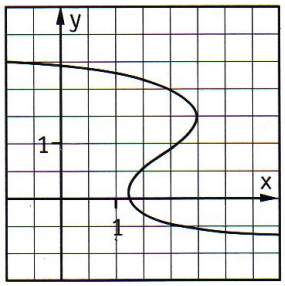
Kap 2 Funktionslära

Regler:

- Inga grafiska lösningar godtas.
- Svar utan uträkningar ger inga poäng.*
- Uträkningarna ska vara läsliga, förståeliga och väl strukturerade.
- Det är tillåtet att använda kalkylator.
- Det är inte tillåtet att anteckna provfrågorna.

* Gäller endast de frågor där det krävs uträkning.

1. Visar grafen på bilden en funktion y av x ? **Svar: NEJ**



☐ JA

☒ NEJ

Motivera ditt svar.

Motivering:

Det finns x-värden (mellan 1,2 och 2,5) som har tre y-värden, vilket strider mot funktionens definition. En funktion får tilldela till varje x-värde ENDAST ETT y-värde.

****

2. Är följande utsaga sant eller falskt? **Svar: FALSKT**

I funktionen z = f (t) är t den beroende och z den oberoende variabeln.

Motivering:

Det är t som är den oberoende och z som är den beroende variabeln, därför att z beräknas enligt föreskriften i f (t) och således beror av t, medan t är fritt väljbart.

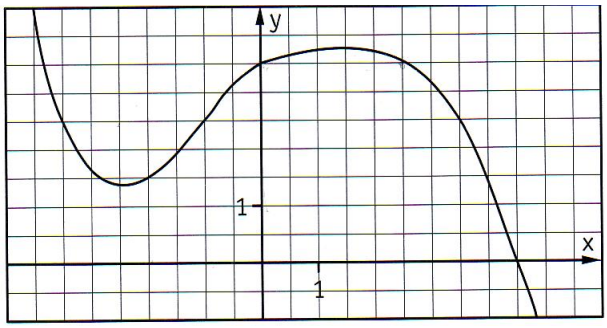
****

3. Vad blir f (-5) om f (x) = - 4 x + 9 ? **Svar: 29**

Lösning: $f(-5) = (-4) \cdot (-5) + 9 = 20 + 9 = 29$

****

4. Läs av ur grafen och besvara följande frågor:



a) Hur många x-värden finns för vilka y = 3,5 ?

b) Ange de x-värden för vilka y = 3,5.

Svar:	**a)**	**3 styck**	**0,5 p**
	b)	**x = -3,8**	**0,5 p**
		x = 0	**0,5 p**
		x = 2,5	**0,5 p**

****

5. Vad blir lutningen för en rät linje som går genom punkterna: **Svar: 5**

(2, -6) och (5, 9)

Lösning: $k = (9 - (-6)) / (5 - 2) = (9 + 6) / 3 = 15 / 3 = 5$

****

6. I vilken punkt skär följande rät linje x-axeln? **Svar: 4**

$$y = 12 - 3x$$

Lösning:

Att skära x-axeln innebär att y = 0. Därför sätter vi in y = 0 i linjens ekvation och löser ut x:

$0 = 12 - 3x$ varav följer $x = 4$.

****

7. Ange den räta linjens ekvation $15x - 5y + 20 = 0$ i k-form. **Svar: $y = 3x + 4$**

Lösning:

$$\begin{aligned} 15x - 5y + 20 &= 0 \\ 15x + 20 &= 5y \\ 3x + 4 &= y \\ y &= 3x + 4 \end{aligned}$$

****

8. I vilken punkt skär den räta linjen $2y - 6x + 12 = 0$ y-axeln? **Svar: - 6**

Lösning:

Att skära y-axeln innebär att x = 0. Därför sätter vi in x = 0 i linjens ekvation och löser ut y:

$2y - 6 \cdot 0 + 12 = 0$ varav följer $y = -6$.

****

9. För vilket x blir $f(x) = 12$ om $f(x) = 12 - 3x$? **Svar: 0**

Lösning:

Vi sätter in $f(x) = 12$ i $f(x) = 12 - 3x$ och löser ut x:

$12 = 12 - 3x$ varav följer $x = 0$.

****

10. Vilken lutning har den räta linjen med ekvationen: **Svar: 3**

$$2y - 6x + 12 = 0$$

Lösning:

$$\begin{aligned} 2y - 6x + 12 &= 0 \\ 2y + 12 &= 6x \\ 2y &= 6x - 12 \\ y &= 3x - 6 \end{aligned}$$

****

11. Lös följande linjärt ekvationssystem med substitutionsmetoden: **Svar: x = 14, y = 25**

$$-6x + 3y + 9 = 0$$
$$-x + y - 11 = 0$$

Lösning: Vi löser ut y ur den andra ekvationen:

$$y = x + 11$$

och sätter in resultatet i den första:

$$-6x + 3(x + 11) + 9 = 0$$
$$-6x + 3x + 33 + 9 = 0$$
$$-3x + 33 + 9 = 0$$
$$-3x + 42 = 0$$
$$-3x = -42$$
$$x = 14$$

Insatt i den andra ekvationen ger:

$$-14 + y - 11 = 0$$
$$y = 14 + 11$$
$$y = 25$$

****

12. Lös följande linjärt ekvationssystem med additionsmetoden: **Svar: x = 3, y = 3**

$$x - 5y + 12 = 0$$
$$-x + 2y - 3 = 0$$

Lösning: Vi adderar båda ekvationerna med varandra:

$$0 - 3y + 9 = 0$$
$$-3y = -9$$
$$y = 3$$

Insatt i den andra ekvationen ger:

$$-x + 2 \cdot 3 - 3 = 0$$
$$-x + 6 - 3 = 0$$
$$-x + 3 = 0$$
$$x = 3$$

****

13. Ställ upp ekvationen till en rät linje som går genom punkterna: **Svar: y = 2 x + 1**

(-2, -3) och (2, 5)

Lösning: $y = kx + m$

Lutningen k är: $k = (5 - (-3)) / (2 - (-2)) = (5 + 3) / (2 + 2)) = 8 / 4 = 2$

$y = 2 \cdot x + m$

Linjen går genom punkten (2, 5). Vi sätter in 2 för x och 5 för y i ekvationen:

$5 = 2 \cdot 2 + m$
$5 = 4 + m$
$m = 1$

Därför:

$y = 2 \cdot x + 1$

****

14. Ställ upp ekvationen till en rät linje som har lutningen k = 4 och går genom punkten (3, -2) . **Svar: y = 4 x - 14**

Lösning: $y = k\,x + m$

$y = 4 \cdot x + m$

Linjen går genom punkten (3, -2). Vi sätter in 3 för x och -2 för y i ekvationen:

$-2 = 4 \cdot 3 + m$

$-2 = 12 + m$

$m = -14$

Därför:

$y = 4 \cdot x - 14$

****

15. Ange lutningen till den räta linje som är vinkelrät mot linjen genom punkterna (2, -5) och (4, 9) . **Svar: - 1 / 7**

Lösning: Lutningen k_1 genom punkterna (2, -5) och (4, 9) är:

$k_1 = (9 - (-5)) / (4 - 2) = (9 + 5) / (4 - 2)) = 14 / 2 = 7$

Lutningen k_2 till den linje som är vinkelrät mot linjen med lutningen k_1 är:

$k_2 = - 1 / k_1 = - 1 / 7$ (Se sista sidan i mina anteckningar om linjära funktioner)

****

16. Vad blir skärningspunkten till följande räta linjer? **Svar: (5, -5)**

$y = 4 (x - 3) - 13$

$y = 1 - 6 (x - 4)$

Lösning:

$$\begin{aligned} 4 (x - 3) - 13 &= 1 - 6 (x - 4) \\ 4 x - 12 - 13 &= 1 - 6 x + 24 \\ 4 x - 25 &= - 6 x + 25 \\ 10 x &= 50 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Insatt i den andra linjens ekvationen ger:

$$\begin{aligned} y &= 1 - 6 (5 - 4) \\ y &= 1 - 6 \cdot 1 \\ y &= - 5 \end{aligned}$$

****

17. Ett företag investerade 80 000 kr för att producera en ny produkt. Varje enhet kan produceras för 3,3 kr, så att kostnadsfunktionen är $y = 80\,000 + 3{,}3\,x$ där y är totalkostnaden och x antalet produkter. Varje enhet kan sedan säljas för 6,5 kr så att intäkten blir 6,5 x vid försäljning av x enheter. Hur många enheter måste minst säljas för att inte gå med förlust (täcka kostnaderna)?

Lösning: Kostnadsfunktionen: $y = 3{,}3\,x + 80\,000$

Totala intäkter: $y = 6{,}5\,x$

För att inte gå med förlust måste kostnaderna vara lika stor som intäkterna:

$3{,}3\,x + 80\,000 = 6{,}5\,x$

$80\,000 = 6{,}5\,x - 3{,}3\,x$

$80\,000 = 3{,}2\,x$

$x = 25\,000$

Svar:

Minst **25 000** enheter av produkten måste säljas för att inte gå i förlust.

****

18. Folkmängden i en kommun ökar med 200 personer per år. År 2002 var folkmängden i kommunen 68 375. Ställ upp en linjär funktion (modell) för befolkningsutvecklingen, där y är folkmängden och x tiden i antal år. Använd denna funktion för att beräkna, hur många personer som kommer att leva i slutet av 2008 i kommunen?

Lösning: Linjär funktion (modell): $y = 200\,x + 68\,375$

där x = antal år efter 2002. Dvs x = 0 när det är 2002.

I slutet av 2008 har det gått 6 år efter 2002, dvs x = 6. Insatt i modellen ger:

$y = 200 \cdot 6 + 68\,375$

$y = 1\,200 + 68\,375$

$y = 69\,575$

Svar:

I slutet av 2008 kommer **69 575** personer att leva i kommunen.

****